

**ПРИМЕНЕНИЕ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ
ДЛЯ ПЛАНИРОВАНИЯ РАСПИСАНИЯ ДОСТАВКИ «ТОЧНО В СРОК»****С.А. Андронов (Санкт-Петербург)**

Принцип интеграции при управлении в логистических цепях поставок (ЦП) требует минимизации общих логистических издержек с учетом противоречивых целей участников ЦП, что приводит к необходимости решения многокритериальных оптимизационных задач, результаты решения которых задают целевые ориентиры, необходимые для привлечения эвристических методик. Особенностью таких задач в логистике является наличие параметров, связанных со случайными продолжительностями логистических операций. Непредвиденные опоздания и опережения приводят к простоям транспортных средств в ожидании погрузки/разгрузки и к нежелательным издержкам. Снижение неопределенности за счет соблюдения нормативных сроков выполнения операций функциональных циклов (ФЦ) в различных отраслях логистики позволяет наладить бесперебойную, равномерную деятельность, синхронизировать работу перевозчиков и складов. Пути решения этой задачи известны: мониторинг перемещения груза, прогноз и приложение управляющих воздействий либо согласование параметров системы обслуживания в ЦП: грузоперерабатывающей способности пунктов назначения, времени доставки и т.д. – для нахождения компромиссного решения.

Для учета факторов неопределенности в предлагаемой модели операций, описывающих влияние внешней среды в различных отраслях логистики, может быть использован критерий [3]:

$$\sum_{i=1}^N C_i(t)\varphi(x) \rightarrow \min_{x \in D}, \quad (1)$$

где $C_i(t)$ – зависимость издержек выполнения i -й операции ФЦ от ее продолжительности;

$x = \{\bar{T}_i, \sigma_i\}$ – вектор оптимизируемых параметров ФЦ, D – область, в которой выполняются прямые ограничения на элементы x (нормативные длительности операций и т.д.).

Решение оптимизационной задачи (1) можно рассматривать как способ решения многомерных нестационарных задач теории расписаний. В контексте логистики данный подход может быть использован для решения задач: сокращение длительности ФЦ, доставка по технологии «точно в срок». С последней задачей связана основная цель логистики – обеспечение доставки «точно в срок» при максимальной экономии ресурсов.

Важность задачи управления неопределенностью ФЦ по технологии «точно в срок» отмечалась многими авторами [1-4]. Задача планирования расписания доставки в срок, как известно, максимально сблизить заданное время выполнения заказа и гарантированное с определенной вероятностью. Данную операцию можно осуществить путем изменения среднего времени доставки, среднеквадратического отклонения (СКО) выполнения операций доставки или того и другого одновременно. При интервальном определении срока доставки необходимо поместить диапазон моментов времени доставки в пределах допуска δ_i^H . Последний является объектом согласования между отправителем и получателем и должен зависеть от суммарной длительности времени простоев, обусловленных вектором параметров неопределенностей ФЦ.

В работе [4] отмечается хорошее совпадение результатов моделирования для «большого числа реализаций» с фактическими данными доставки в срок по среднему времени и СКО. При расчете по приближенным формулам сравнение идет не в пользу СКО.

Между тем часть вопросов, а именно: влияние используемых типов законов распределения, оценка влияния числа реализаций (имитационных прогонов) или продолжительности прогона на точность эксперимента, оценка точности приближенных формул и

практической реализации оптимизационных экспериментов в названных работах не затрагивались. Представляет интерес рассмотреть их подробнее на примерах с выполненным ручным расчетом, в частности, из работы [3].

Модели и результаты имитации

В данной работе в качестве инструментального средства использован пакет Anylogic 6 [8]. Имитационная модель ФЦ доставки в среде Anylogic представляет собой комбинацию элементов основной библиотеки в виде задержек по операциям ФЦ (например, транспортировка) с заданным типом закона распределения вероятностей, а также объектов по операциям погрузки и разгрузки. На трудоемкость составления модели количество пунктов назначения влияния не оказывает, поскольку используются активные библиотечные объекты, добавляемые простым копированием. Внутренняя логика может учитывать разнообразные условия, например нормативные перерывы.

Моделирование выполнялось с параметрами до и после оптимизации для оценки вероятностей попадания в допустимый интервал. Вероятность доставки в срок в пункт ЦП вычислялась как $p=N^0/N$, где N^0 – число автомашин попавших в допустимый интервал.

Оценка размера выборки N при заданных точности и достоверности результатов моделирования основывается на известных предельных теоремах. В [5] показано, что при выборе в качестве критерия эффективности вероятности, размер выборки (продолжительность прогона) находится из соотношения

$$N=x_p^2 p_0(1-p_0)/(\varepsilon^2), \quad (2)$$

где x_p – квантиль нормального распределения, p_0 – пробная оценка вероятности доставки по результатам имитации, ε – требуемая точность. Аналогично можно оценить объем выборки для оценки точности, например, среднего или СКО. Заметим, что уравнение (2) справедливо, если требуемая точность и вероятность p величины одного порядка или порядок p больше порядка ε в предположении достаточно большого N . В этом случае закон распределения показателя эффективности можно считать нормальным. По этой причине оценивать по приведенному соотношению точность расчетов по приближенным формулам, т.е. при $N=1$, некорректно.

Результаты расчетов и моделирования при одинаковых допусках на моменты прибытия сведены в табл. 1. Объем выборки определялся с учетом уравнения (2) и точности, сопоставимой с точностью задания исходных данных. Влияние статистических флуктуаций снижалось усреднением по 10 реализациям с указанным размером выборок. Отметим, что вероятность доставки «точно в срок» в конечную точку существенно отличается от расчета по приближенным формулам не только из-за низкой точности по вышеназванным причинам, но и по причинам, характерным для систем массового обслуживания. Несмотря на то что длины очередей в моделях не контролировались, тем не менее задержки в обслуживании (простои) возникают в силу неравномерной занятости пунктов погрузки/разгрузки. Были рассмотрены следующие модели:

1. Модель М1 доставки в срок для простого ФЦ [1,3]: передача (оформление заказа), хранение, комплектование и погрузка, транспортировка, доставка заказа конечному потребителю (выгрузка и расчеты с поставщиком). Схема и результаты моделирования представлены на рис. 1.

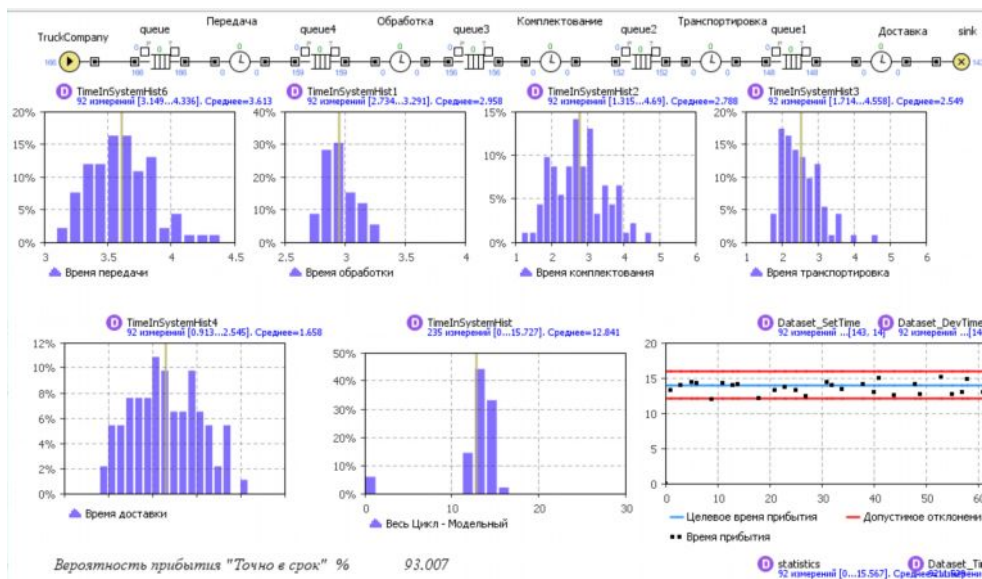


Рис. 1. Схема и результаты моделирования для модели M1 с оптимальными параметрами

Относительная ошибка между результатами моделирования и расчетом вероятности доставки на основе приближенных формул составила порядка 50%.

2. Модель M2 (доставка трем потребителям).

Поскольку транспортировка вносит значительную долю в неопределенность доставки (неравномерность транспортного потока, метеоусловия, качество дорожного покрытия и пр.), модель доставки нескольким потребителям имело смысл рассмотреть отдельно. Схема модели включает стандартный активный объект «склад» (пункт A) – моделирует процесс погрузки автомобиля и 3 активных объекта типа «магазин» (пункты: B, C, D), которые моделируют процесс разгрузки. Объекты соединены через элементы задержки, имитирующие процесс движения автомобиля. Параметры неопределенностей (средние времена погрузки/разгрузки, скорости движения между пунктами, а также соответствующие СКО для всех пунктов и участков движения различны) являются исходными данными. Моменты прибытия t_i^H и допуски δ_i^H уточняются при юстировке модели. Последняя заключается в прогоне с нулевыми неопределенностями по СКО и контроле t_i^H . Поскольку действие случайных факторов на систему приводит к смещению средних значений, следует включить в модель элемент *Статистика* для оценки моментов прибытия (средних значений и СКО).

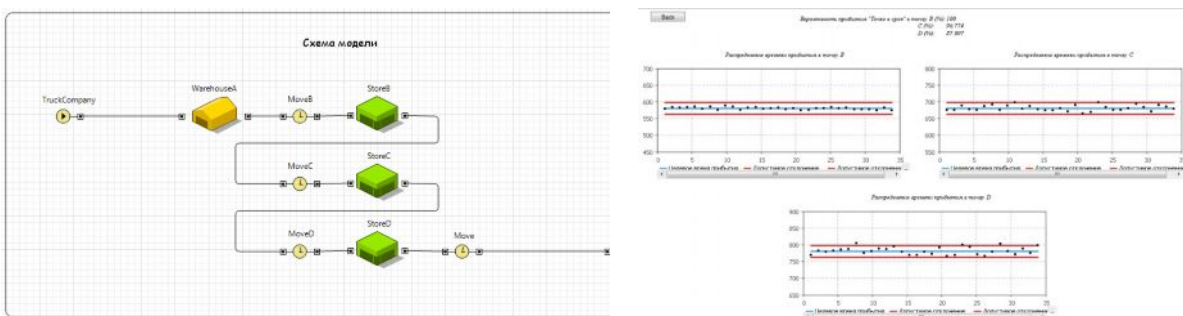


Рис. 2. Схема модели M2 и результаты моделирования с оптимальными параметрами

Автомобиль отправляется раз в сутки. Имитация выполняется в течение одного месяца и, следовательно, в процессе моделирования формируется выборка из 30 точек. Из рис. 3 следует, что риск невыполнения заказа увеличивается с увеличением числа пунктов доставки. Это происходит из-за накопления неопределенности в предыдущих точках. При

сравнении влияния выбора различных вероятностных распределений можно отметить, что наихудший результат моделирования во всех пунктах с треугольным распределением-2 (учтены неопределенности по скорости и по погрузке/разгрузке) при данных параметрах его настройки. За ним идет распределение Рэлея, названное в [1] основным для ФЦ доставки, затем нормальное и треугольное-1 (учтены неопределенности только по погрузке/разгрузке). Можно отметить, неопределенности по скорости оказывают наибольшее влияние. Для распределения Рэлея в отличие от нормального для получения приемлемой вероятности доставки возможны более низкие требования к СКО времен погрузки/разгрузки.

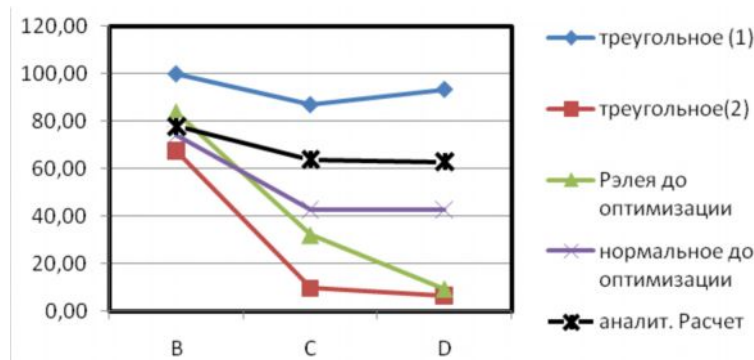


Рис. 3. Влияние вида закона распределения на вероятность доставки в срок

3. Модель М3 (доставка 10 потребителям).

Задача, рассмотренная в [3] (первый маршрут), была реализована в расширенном варианте модели М2 в целях сравнения с приближенным расчетом. В данном случае накопление неопределенностей к концу цепи здесь не наблюдается, поскольку: во-первых, целевое время прибытия в данной задаче не назначалось пользователем, а определялось автоматически, а во-вторых, для всех пунктов, в отличие от модели М2, использовались общие параметры неопределенностей.

Критерии оптимизации

Наряду с (1) будем рассматривать критерии, в которых в качестве элементов издержек выступают затраты, связанные с отклонением времени выполнения операций ФЦ от целевых значений t_i^y . Для каждой операции ФЦ можно задать свои t_i^y (передача, обработка и т.д.). Следует иметь в виду, что увеличение времени (затрат) на операцию «комплектование» может сократить затраты на другие операции и наоборот. Увеличение продолжительности операций предшествующих прибытию в один пункт назначения требует ускорения операций при доставке в следующий, и наоборот.

Рассмотрим практически важный случай, когда интересуют лишь отклонения моментов прибытия (моментов начала разгрузки) от заданного момента t_i^y прибытия к i -му потребителю. Тогда функция имеет вид:

$$f_i(x) = C_i(t) \left| t^{ip}_i(x) - t_i^y \right|,$$

где x – вектор параметров неопределенности ФЦ, $C_i(t)$ – затраты, связанные с несвоевременной доставкой. Тогда в качестве критерия можно использовать $\sum w_i f_i(x)$, где w_i весовые коэффициенты, стабилизирующие точность аппроксимации в точках маршрута. В приведенных ниже критериях оптимизации экстремум ищется по области, в которой выполняются прямые ограничения на вектор x .

1. «Надежность» доставки в срок для всей ЦП (мультипликативный критерий).

Предполагается, что вероятности доставки в срок неявно зависят от элементов x :

$$\prod P_i^{w_i}(x) \rightarrow \max, \quad (3)$$

где веса w_i назначаются по известным правилам или экспертно исходя из компромисса между отдельными пунктами назначения (причем $\sum w_i = 1$). Отметим, что для автоматического определения возможным вариантом является включение весов в число оптимизируемых параметров.

2. Среднеквадратический (аддитивный).

Предполагается, что затраты пропорциональны квадратам ошибок доставки в срок:

$$a) \sum w_i (t_i^{hp}(x) - t_i^u)^2 \rightarrow \min, \quad (4)$$

где $t_i^{hp}(x)$ – момент начала разгрузки i -го пункта; t_i^u – целевое время прибытия; w_i – компенсируют плохую аппроксимацию в некоторых пунктах маршрута.

б) с учетом штрафа за нарушение ограничений

Уместна следующая физическая аналогия: несвоевременности прибытия в пункты доставки назначается штраф, например, в виде «квадрата срезки» $r(x) = \langle |t_i^{hp}(x) - t_i^u| - \delta_i^u \rangle^2$. Тогда целевая функция имеет вид:

$$\sum w_i (t_i^{hp}(x) - t_i^u)^2 + \sum R \cdot r(x) \rightarrow \min, \quad (5)$$

где R – штрафной параметр.

3. Минимаксная свертка (минимизируем наибольшие затраты с целью уравнивать вероятности доставки в срок):

$$\max w_i |t_i^{hp}(x) - t_i^u| \rightarrow \min \quad (6)$$

4. «Запас работоспособности»:

$$\min w_i (1 - |t_i^{hp}(x) - t_i^u| / \delta_i^u) \rightarrow \max \quad (7)$$

Выражение в скобках называется нормированным запасом работоспособности [6], наименьший из которых желательно увеличивать.

5. Среднестепенной [7]:

Несмотря на то что доступ к выбору метода поиска в используемом в Anylogic оптимизаторе закрыт, сказано, что в его арсенале есть и классические методы. Поэтому в целях тестирования на наличие градиентных алгоритмов был рассмотрен «гладкий» аналог критерия (7):

$$\sum w_i \exp(-v \cdot (1 - |t_i^{hp}(x) - t_i^u| / \delta_i^u)) \rightarrow \min \quad (v=1,2,..) \quad (8)$$

6. Суммарные затраты по операциям ФЦ (критерий (1)) для **M2**:

$$a) J = c_a \cdot t_a \cdot \sigma_a^2 + c_b \cdot t_b \cdot \sigma_b^2 + c_c \cdot t_c \cdot \sigma_c^2 + c_d \cdot t_d \cdot \sigma_d^2 + t_{ab} \cdot \sigma_{ab}^2 + t_{bc} \cdot \sigma_{bc}^2 + t_{cd} \cdot \sigma_{cd}^2 \rightarrow \min \quad (9a)$$

где вектор $c = (c_a, c_b, c_c, c_d, c_{ab}, c_{bc}, c_{cd}, c_{ab}, c_{bc}, c_{cd})$ – коэффициенты соответствующих затрат, t_a – время задержки на погрузке, t_b, t_c, t_d – задержки на разгрузке.

Наличие минимума обеспечивается разнонаправленностью затрат: при транспортировке издержки по доставке возрастают при уменьшении времени доставки, но с ростом времени хранения затраты возрастают [3]. Таким образом, если мы прибываем раньше, т.е. отклонение от границы допустимого диапазона положительно ($t_{ab} - \Delta t_b^u > 0$), тогда считаем, что затраты (коэффициенты при σ_{ab}^2 обратно пропорциональны моменту прибытия (время начала разгрузки), $t_{ab} = c_{ab} / t_b^{hp}$ ($c_{ab} = [руб \cdot ч]$), иначе, пропорциональны отклонению от целевого времени (времени недоступности груза): $t_{ab} = c_{ab} \cdot |t_b^u - t_b^{hp}|$ ($c_{ab} = [руб/ч]$). Если бы надо было учесть затраты на хранение, то при дисперсиях времен хранения появились бы коэффициенты вида $c_i \cdot t_i^{xp}$ ($Q_i/2$), где c_i – затраты на хранение ед. товара в ед. времени [руб/(шт. * ч)], t_i^{xp} – время хранения в i -м пункте назначения, [ч]; ($Q_i/2$) – средний запас в i -м пункте, шт.

б) Вариант (9а) предполагает, что затраты по грузопереработке пропорциональны фактической дисперсии времени нарушения сроков (отклонениям от средних нормативных времен, а не дисперсиям варьируемых параметров):

$$J = c_a \cdot (t_a - t_a^{\text{н}})^2 + c_b \cdot (t_b - t_b^{\text{н}})^2 + c_c \cdot (t_c - t_c^{\text{н}})^2 + c_d \cdot (t_d - t_d^{\text{н}})^2 + t_{ab} \cdot (t_b^{\text{н}} - t_b^{\text{нр}})^2 + t_{bc} \cdot (t_c^{\text{н}} - t_c^{\text{нр}})^2 + t_{cd} \cdot (t_d^{\text{н}} - t_d^{\text{нр}})^2 \rightarrow \min \quad (9 \text{ б})$$

Результаты оптимизации

Оптимизационные эксперименты для получения репрезентативных данных при варьировании параметров в стохастических моделях, как рекомендовано разработчиками [7], выполнялись с несколькими репликациями на итерацию, т.е. для одного набора значений параметров выполнялось несколько «прогонов» и в качестве значения выражения функционала на итерации принималось среднее значение результатов всех повторений.

В модели **М1** использовались критерии (3) и (4). В модели **М2** в среднем относительный выигрыш в конечном пункте D по критериям (7) и (8), по сравнению с результатами моделирования до оптимизации, составляет порядка 50%. В качестве иллюстрации на рис. 4 приведены результаты моделирования с оптимизированными параметрами по критерию (3) с разными законами распределения. При оптимизации с использованием распределения Рэлея минимум уже не лежит на границах области ограничений. В среднем относительный выигрыш в пункте D по сравнению с результатами моделирования до оптимизации с этим распределением составляет примерно 87%.

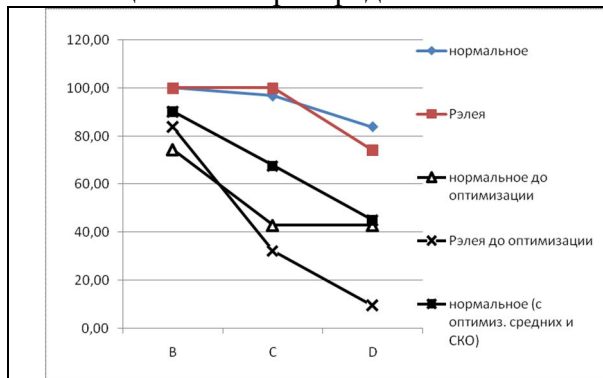


Рис. 4. Результаты моделирования для модели М2

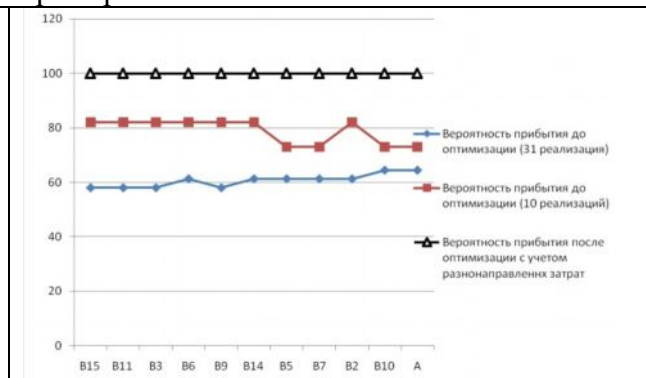


Рис. 5. Результаты моделирования для модели М3

Таблица 1

Вероятность доставки в срок (в последний пункт маршрута), %

Модель	Распределение/целевой интервал	Расчет/объем выборки	Имитация (до оптимизации) / объем выборки	Ошибка, %	Имитация (оптимальные параметры)	Выигрыш, %
М-1	Рэлея/ ±2 дн.	70/1	50/(86÷150)	43	93	57
М-2	Нормальное/±15мин	63/1	42/30	33	84	50
М-3	Нормально, экспонт./±30 мин	68/10 [3]	61/31	9.8	100	38

Выводы

В задаче планирования расписания доставки точно в срок были рассмотрены альтернативные варианты критериев оптимизации параметров неопределенности. Показано,

что на результат оказывают влияние тип критерия, выбранный закон распределения вероятности и объем выборки.

При оптимизации СКО по критериям (3,4,6) при нормальном распределении вероятностей параметры, как и ожидалось, располагаются на нижних границах допустимой области. Исключение составляет критерии (5,7,8). Максимальное использование допуска увеличивает вероятность доставки в срок, а резервы «работоспособности» находятся в СКО погрузки/разгрузки. Результаты оптимизации по критерию (8), в сравнении с (7), сближаются уже при параметре $\nu=3$. Плюсом (8) является простота реализации, поскольку отсутствует операция минимизации, необходимая в (7), что также положительно влияет на время вычислений с ростом числа потребителей. Отметим, что свойство «гладкости» (8) ускорения не вносит. При одновременной оптимизации средних и СКО критерии (3, 4) даже при t_i^H , отличных от результатов юстировки, обеспечивают попадание в допустимый интервал без ухудшения p_i . Можно отметить, что различие результатов моделирования с оптимальными параметрами, найденными по разным критериям при принятых исходных данных находится в пределах точности, указанной в табл. 1. Изменение вероятности доставки в срок по пунктам доставки для модели **М3** показано на рис. 5.

Отклонению от нижних границ говорит о существовании внутреннего минимума и возможно при: несимметричности распределения (Рэля, треугольного), весовых коэффициентов, критериях (5,7-9), одновременной оптимизации по средним временам и СКО. Результаты оптимизации с моделями **М2** и **М3** по критериям (9 а) и (9 б) с учетом разнонаправленности затрат показывает наличие минимума внутри границ области ограничений.

Литература

1. **Бауэрсокс Д.Дж., Клосс Д.Дж.** Логистика: интегрированная цепь поставок. 2-е изд. – М.: ЗАО «Олимп-Бизнес», 2008. – 640 с.
2. **Смехов А.А.** Основы транспортной логистики: учеб. для вузов. – М.: Транспорт, 1995. – 197 с.
3. Модели и методы теории логистики: учеб. пособие / Под ред. В.С.Лукинского, – СПб.: Питер, 2003. – 176 с.
4. **Лукинский В.С., Шульженко Т.Г.** Моделирование временных составляющих логистического цикла при реализации технологии «точно в срок» // V Всероссийская научно-практическая конференция по имитационному моделированию и его применению в науке и промышленности «Имитационное моделирование. Теория и практика», Т. II. – СПб. – 2011. – С. 145–151.
5. **Бусленко Н.П.** Моделирование сложных систем. – М.: Наука, Глав. изд. физ.-мат лит, 1968. – 356 с.
6. **Норенков И.П., Мулярчик С.Г., Иванов С.Р.** Экстремальные задачи при схемотехническом проектировании в электронике. – Минск: Изд-во БГУ, 1976. – 240 с.
7. **Черноруцкий И.Г.** Оптимальный параметрический синтез. Электротехнические устройства и системы. – Л.: Энергоатомиздат, 1987. – 128 с.
8. Система имитационного моделирования AnyLogic, <http://www.xjtek.ru/anylogic>.